

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2021-2022

Prova scritta in aula del 12.07.2022

Parte I - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

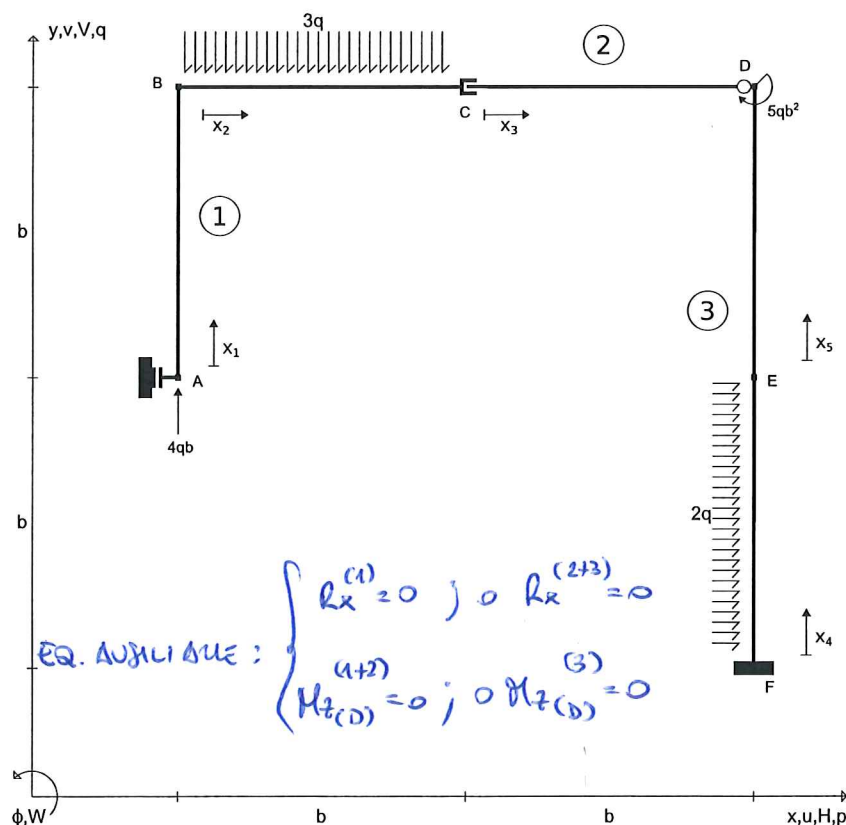
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 12.07.22*001



Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare H_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

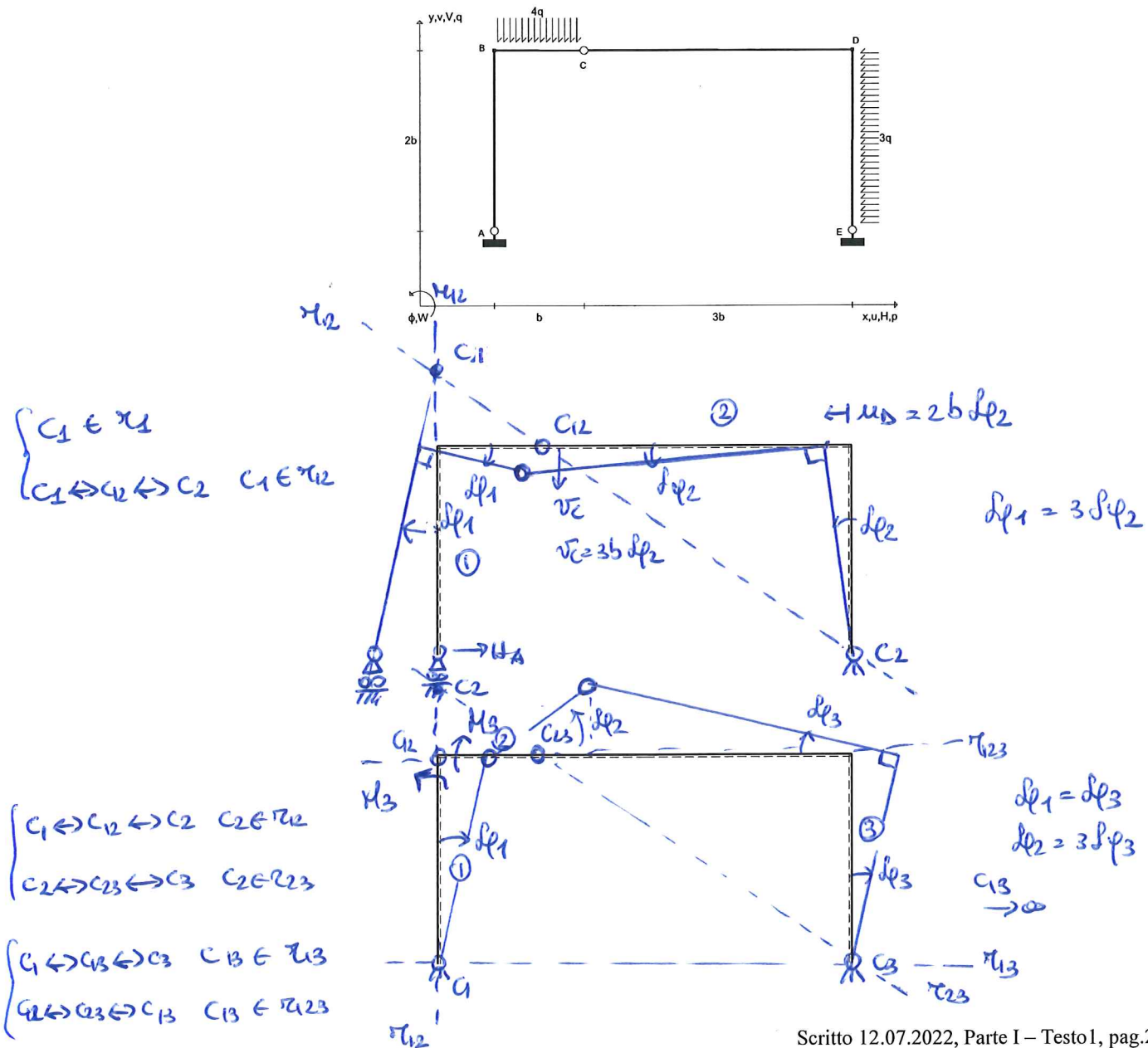
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CDE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B , v_B , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto B , u_B .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$H_A (\Rightarrow) = \frac{3}{2}pb; \quad C_1 = (0, \frac{8}{3}b); \quad C_2 = (4b, 0); \quad C_{12} = (b, 2b);$$

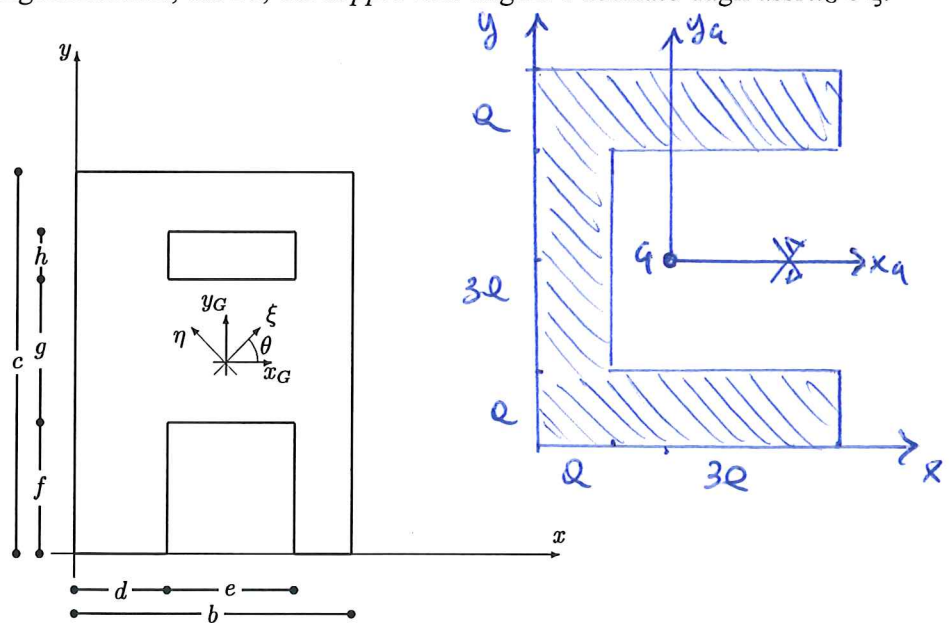
$$v_C = -3b\delta l_2; \quad u_D = -2b\delta l_2;$$

$$M_B (\curvearrowright) = -3pb^2; \quad v_B = 0; \quad u_B = 2b\delta l_1;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 4a$; $c = 5a$; $d = a$; $e = 3a$; $f = 0$; $g = a$; $h = 3a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



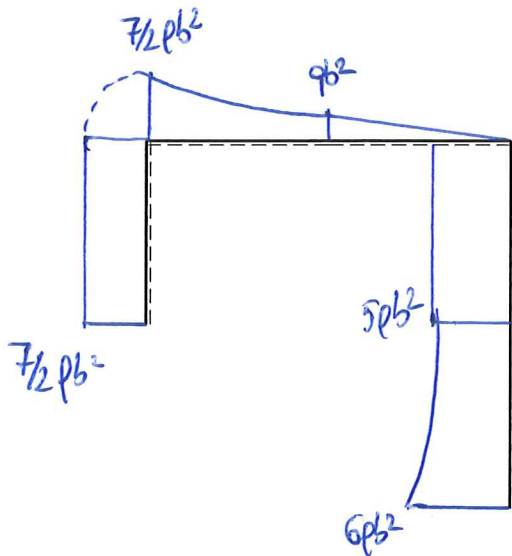
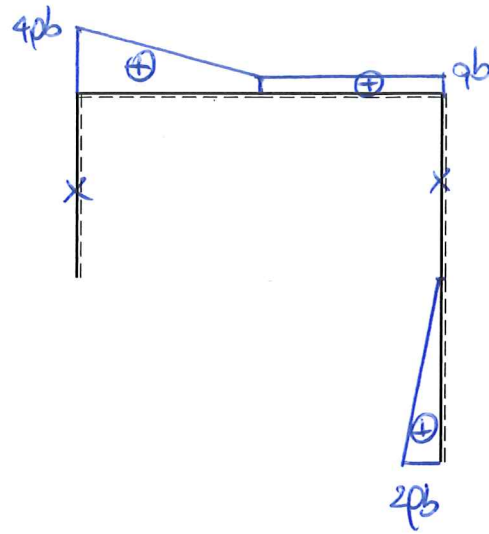
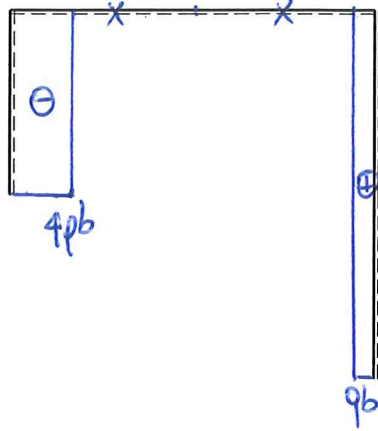
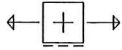
$$S_x = \frac{55}{2}a^3 = 27,5a^3; \quad S_y = \frac{35}{2}a^3 = 17,5a^3;$$

$$x_G = \frac{35}{22}a = 1,591a; \quad y_G = \frac{5}{2}a = 2,5a;$$

$$J_{xG} = \frac{419}{12}a^4 = 34,916a^4; \quad J_{yG} = \frac{2089}{132}a^4 = 15,826a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \quad \tan 2\theta = 0 \quad (2\theta = 0);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{419}{12}a^4; \quad J_\eta = J_{\min} = \frac{2089}{132}a^4;$$



$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= 0; M_A (\curvearrowright) = 7/2 pb^2; H_F (\Rightarrow) = -2pb; V_F (\uparrow) = -qb; M_F (\curvearrowright) = 6pb^2; \\
 N_{AB} &= -4pb; T_{AB} = //; M_{AB} = -7/2 pb^2; \\
 N_{BC} &= //; T_{BC} = 4qb - 3q \times 2; M_{BC} = -7/2 pb^2 + 4pb \times 2 - 3/2 q \times 2^2; \\
 N_{CD} &= //; T_{CD} = qb; M_{CD} = -qb^2 + qb \times 3; \\
 N_{ED} &= qb; T_{ED} = //; M_{ED} = -5pb^2; \\
 N_{FE} &= qb; T_{FE} = 2qb - 2q \times 4; M_{FE} = -6pb^2 + 2pb \times 4 - q \times 4^2;
 \end{aligned}$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2021-2022

Prova scritta in aula del 12.07.2022

Parte I - Testo 2

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

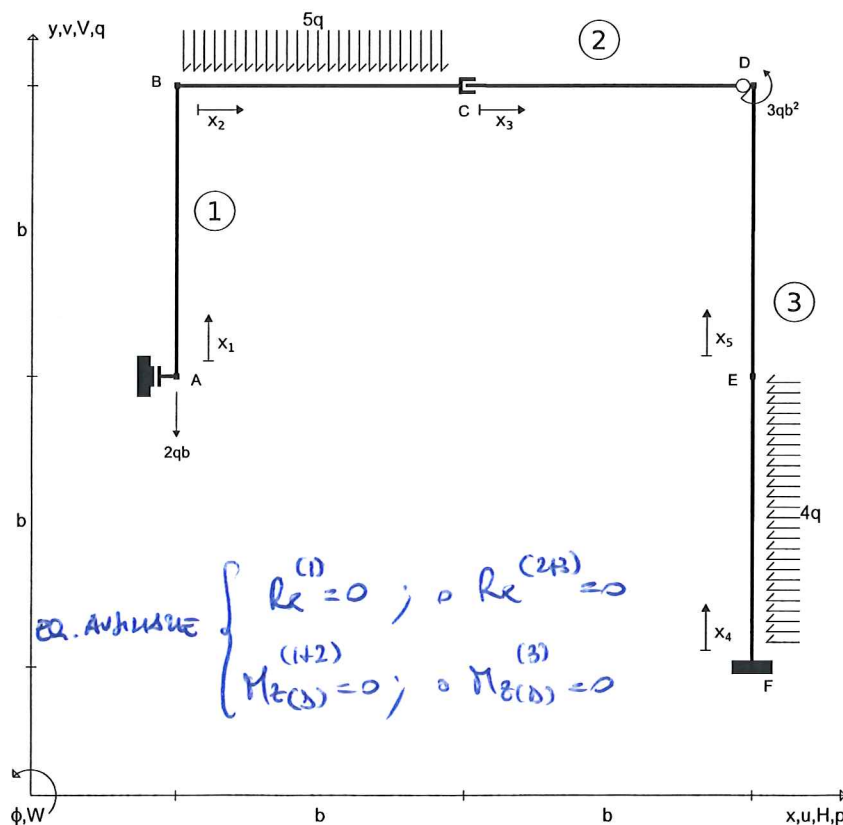
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 12.07.22*002



Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare H_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

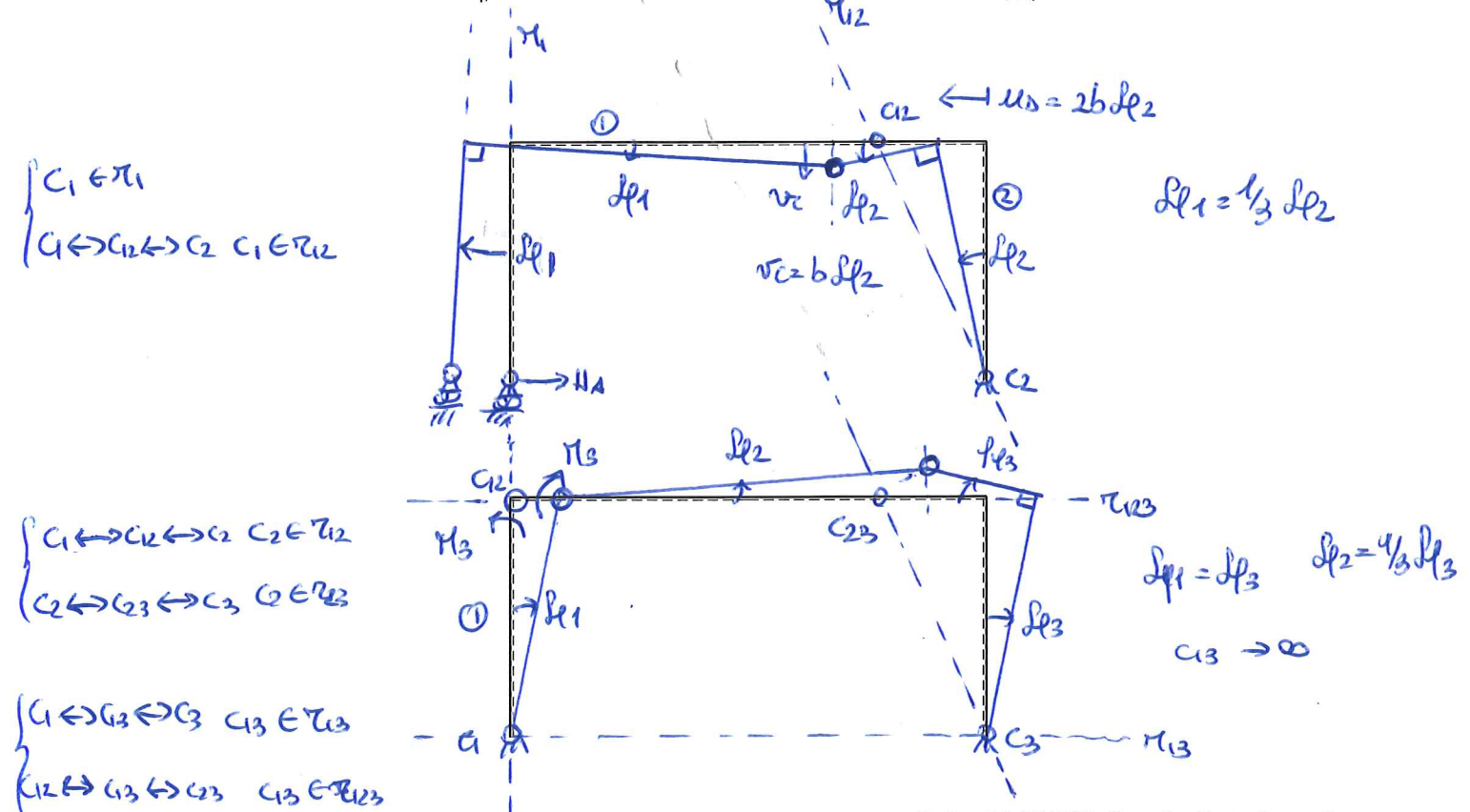
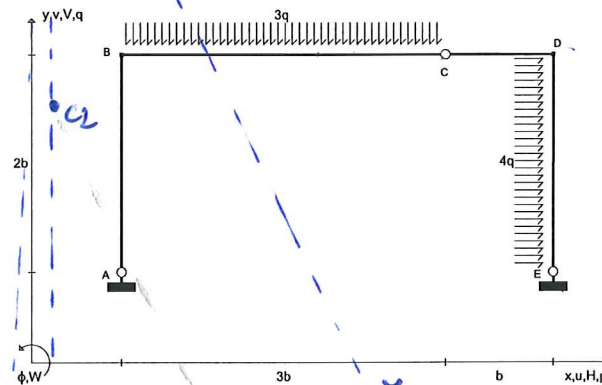
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CDE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B , v_B , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto B , u_B .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC_SdA 12.07.22'004



$$H_A (\Rightarrow) = -21/6 pb; C_1 = (0, 8b); C_2 = (4b, 0); C_{12} = (3b, 2b);$$

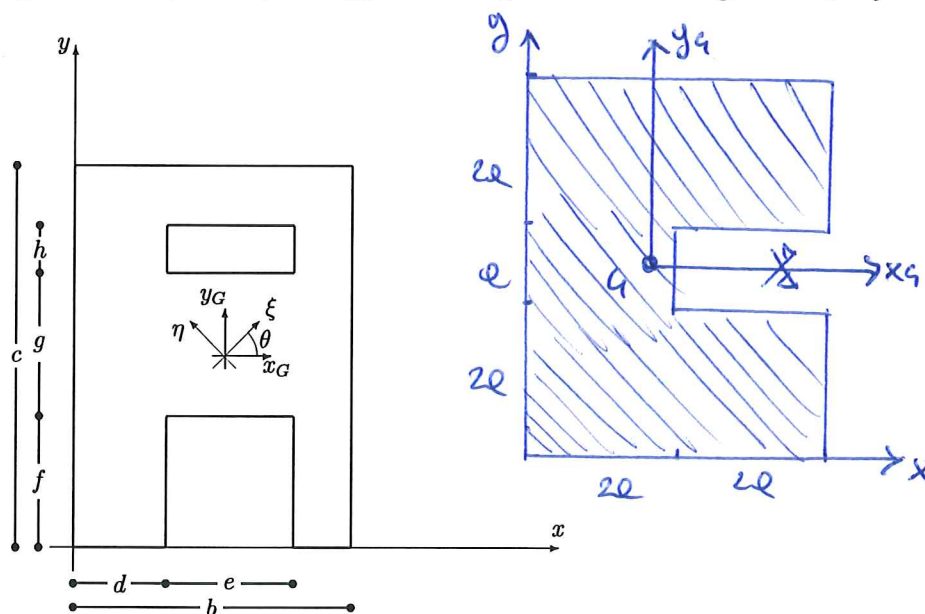
$$v_C = -58 \rho_2; u_D = -26 \rho_2;$$

$$M_B (\curvearrowright) = 21/8 pb^2; v_B = 0; u_B = 25 \rho_1;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 4a$; $c = 5a$; $d = 2a$; $e = 2a$; $f = 0$; $g = 2a$; $h = a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



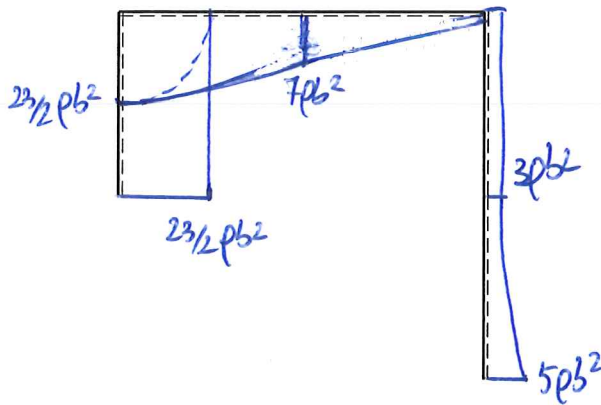
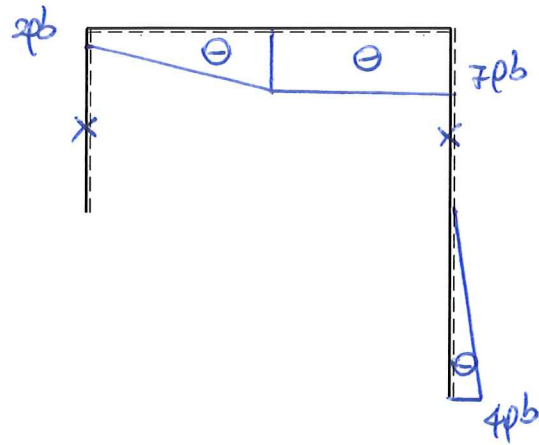
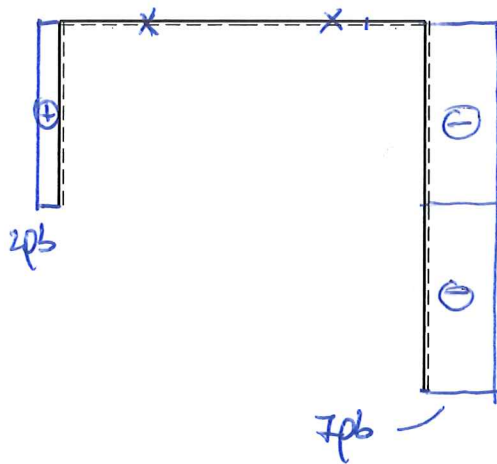
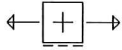
$$S_x = 45a^3; S_y = 34a^3;$$

$$x_G = 17/3 a = 5.666a; y_G = 5/2 a = 2.5a$$

$$J_{xG} = 83/2 a^4 = 41.5a^4; J_{yG} = 214/3 a^4 = 71.333a^4$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 \quad (\theta = 0)$$

$$J_\xi = J_{\max} = 83/2 a^4; J_\eta = J_{\min} = 214/3 a^4$$



$H_A (\Rightarrow) = 0$; $M_A (\curvearrowright) = -\frac{23}{2}pb^2$; $H_F (\Rightarrow) = 4pb$; $V_F (\uparrow) = 7pb$; $M_F (\curvearrowright) = -5pb^2$;

$N_{AB} = 2pb$; $T_{AB} = //$; $M_{AB} = \frac{23}{2}pb^2$;

$N_{BC} = //$; $T_{BC} = -2pb - 5px_2$; $M_{BC} = \frac{23}{2}pb^2 - 2pbx_2 - \frac{5}{2}px_2^2$;

$N_{CD} = //$; $T_{CD} = -7pb$; $M_{CD} = 7pb^2 - 7px_3$;

$N_{ED} = -7pb$; $T_{ED} = //$; $M_{ED} = 3pb^2$;

$N_{FE} = -7pb$; $T_{FE} = -4pb + 4px_4$; $M_{FE} = 5pb^2 - 4pbx_4 + 2px_4^2$;